



## LA ACTIVIDAD HUMANA COMO ELEMENTO EXPLICATIVO DEL CALENTAMIENTO GLOBAL

Human activity as an explanatory element of global warming

*Juan B. Guerrero, Yamile Rangel & Sócrates López*

Área Académica de Sociología y Demografía, Instituto de Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

\*Autor correspondiente/corresponding author: Correo electrónico/E-mail: [guerreroescamilla@yahoo.com.mx](mailto:guerreroescamilla@yahoo.com.mx)

### RESUMEN

En los últimos años el calentamiento global ha tomado mucha fuerza y esto se ha reflejado en el incremento de la temperatura. Para predecir la dinámica de dicho fenómeno, los expertos lo realizan mediante la construcción de modelos de series de tiempo, es decir, consideran al tiempo como el factor determinante de la variación de la temperatura. Si se parte del hecho que la variación de la temperatura del planeta es a consecuencia del incremento de las actividades humanas en el tiempo, sería fundamental construir un modelo matemático que entregue un diagnóstico sobre los efectos que han producido las actividades humanas. Bajo este contexto, en el presente trabajo de investigación se construye un modelo matemático, en el cual se predice teóricamente la variación de la temperatura y, con ello, se crean los posibles escenarios del fenómeno, tomando como referencia la actividad humana Producto Interno Bruto (PIB) y Crecimiento Demográfico (CD) en los últimos 100 años. Con este modelo, se puede afirmar que la acumulación de riqueza económica y el crecimiento demográfico de las naciones genera una sobreexplotación de recursos naturales, lo cual conlleva, a un incremento de la temperatura promedio global.

Palabras clave: medio ambiente, temperatura, actividad humana y modelos.

### ABSTRACT

In recent years, global warming has become extremely strong and this is reflected in the increase in temperature. To predict the dynamics of this phenomenon, the experts made by constructing time series models, ie, consider the time as the determining factor of the temperature variation. If it is assumed that the variation of the temperature of the planet is a result of increased human activities in time, it would be essential to build a mathematical model of an assessment of the effects that human activities have

occurred. In this context, in this research a mathematical model, which theoretically predicts temperature variation is built, and thus the possible scenarios of the phenomenon, taken as a reference human activity (gross domestic product is created and population growth) in the last 100 years. With this model, we can say that the accumulation of economic wealth and population growth of nations generates overexploitation of natural resources, which leads to an increase in global average temperature.

Key words: environment, temperature, human activity and models.

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad el cambio climático se ha convertido en una realidad, pues se ha hecho presente mediante fenómenos atmosféricos y oceánicos, tales como el derretimiento generalizado de los polos (esto ha provocado el aumento del nivel del mar), la presencia de sequías, tormentas, tornados e inundaciones. Para los especialistas en medio ambiente, estos fenómenos han sido resultado del aumento de la temperatura del planeta, ya que, en los últimos 100 años se ha incrementado en  $0.74^{\circ}\text{C}$ , es muy probable que dicho incremento sea resultado de las emisiones de gases de efecto invernadero generadas por las actividades humanas.

El reto actual es investigar las formas de disminuir las emisiones de gases de efecto invernadero para limitar el aumento de la temperatura global del planeta, derivado de las actividades industriales. Según el Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC 2000) en su informe sobre Escenarios de Emisiones, reafirma que “las principales fuerzas determinantes de las futuras trayectorias de los gases de efecto invernadero seguirán siendo el cambio demográfico, el desarrollo económico, y la rapidez y dirección del cambio tecnológico”.

Los países están conscientes de ésta situación, en la pasada Convención Marco sobre Cambio Climático, celebrada en París, Francia, del 30 de noviembre al 11 de diciembre de 2015, se acordó establecer acciones para mantener el aumento de la temperatura media mundial muy por debajo de  $2^{\circ}\text{C}$  con respecto a los niveles preindustriales, y de seguir esforzándose por limitar el aumento de la temperatura a  $1,5^{\circ}\text{C}$ . (FCCC/CP/2015/L.9).

Las actividades económicas son procesos donde se crean y mercantilizan bienes y servicios, con la finalidad de cubrir las necesidades que demanda una determinada población y que permiten la generación de riqueza dentro una entidad a partir de la explotación, transformación y comercialización de los recursos naturales. Una forma para medir las actividades económicas de una entidad es mediante el cálculo del Producto Interno Bruto PIB, el cual se define como “la suma del valor de todos los bienes y servicios finales producidos en una entidad, generalmente un año” (Mochón 2008).

Una de las discusiones actuales sobre la crisis ambiental se encuentra enmarcada por la “Irracionalidad económica” que según sus autores, Baran y Sweezy, explica que los recursos escasos son utilizados para generar nuevas necesidades en vez de satisfacer las ya existentes, bajo este contexto, la libertad humana ha hecho que cada individuo satisfaga sus intereses mediante la búsqueda de beneficios, sin darse cuenta de los “externalidades” que ha ocasionado en el medio ambiente, pues la acumulación de riqueza en una nación se cuantifica en el grado de explotación hacia los recursos renovables y no renovables.

Para los ecologistas, el Crecimiento Económico (CE) (acumulación de la riqueza mediante el Producto Interno Bruto, PIB) lleva a una sobreexplotación del hábitat, ya que en la actualidad, las economías emergentes pelean por conseguir estatus a la altura de los países desarrollados, esto hace que el consumo de bienes y servicios se incremente, estas economías están desafiando al crecimiento insostenible, es decir, se están aglutinando en lo material, lo cual no es condición precisa para experimentar el desarrollo social (López 2012).

Dentro de las actividades sociales se encuentran los estudios de población y una de sus líneas de investigación es la dinámica de la demografía. Bajo este contexto, la población sigue creciendo y este comportamiento genera un gran impacto ambiental sobre la tierra y los recursos naturales (Costeau 1992). En la medida en que se incrementa la población, se incentiva la demanda de bienes y servicios (agua, alimentos, electricidad, vivienda, y ropa, entre otros), por tanto, se acelera la explotación de recursos.

Desde 1960, la población mundial se ha duplicado para llegar a más de 7 mil millones personas, este comportamiento ha tenido mayor presencia en los países pobres, esto ha hecho que los gastos en consumo se dupliquen y a pesar de eso, la mitad de la población en el planeta vive con menos de dos dólares al día. Con el paso del tiempo hemos aprendido a extraer recursos para nuestro uso (alimentos, combustibles, medicamentos, y materiales diversos, entre otros), sin embargo, no hemos aprendido a regenerarlos (Ahmed 2001).

La visión capitalista de buscar el máximo beneficio económico, ha ocasionado que bosques, selvas y otros ecosistemas naturales se hayan convertido en tierras ganaderas, agrícolas y zonas urbanas, que las aguas de ríos, lagunas y mares se encuentren contaminadas, debido a la sobreexplotación de los recursos pesqueros, que grandes cantidades de desechos sólidos y líquidos se depositen directamente en el suelo y el agua, y que por la quema de grandes cantidades de combustibles fósiles se emitan gases de efecto invernadero, los cuales han provocado inmensas variaciones en la temperatura del planeta, estos efectos han ocasionado la degradación ambiental y con ellos, se han generado afectaciones importantes a la población (enfermedades respiratorias: neumonía y crónicas, cáncer de pulmón y enfermedades cardiovasculares) (SERNAMAT 2010).

Algunos autores asociaban la sostenibilidad con la capacidad de carga de los sistemas para soportar el desarrollo de la humanidad, lo que implica que el sistema económico debe mantenerse dentro de los márgenes de capacidad de carga del mundo,

entendiéndose la sustentabilidad como desarrollo sin crecimiento o como perfeccionamiento cualitativo sin aumentos cuantitativos (LEEF 2007).

Con base en lo anterior, los objetivos de este trabajo son los siguientes: (a) analizar la dinámica de la variación de la temperatura y sus efectos sobre las reservas ecológicas, a partir de los cambios experimentados por la actividad humana en el tiempo, mediante la generación de ecuaciones algebraicas. (b) Construir un escenario alternativo que permita controlar o minimizar las variaciones de la temperatura, y con ello, optimizar las reservas ecológicas. Mediante estos objetivos se tienen los siguientes supuestos: (a) a mayor crecimiento del PIB y de la población, mayor actividad humana, (b) a mayor actividad humana, mayor variación de la temperatura, (c) a mayor variación de la temperatura, mayor explotación de las reservas ecológicas. El presente trabajo está organizado en cinco secciones. En la primera se encuentra la introducción (desarrollada en este apartado). En la segunda se presenta brevemente la metodología a utilizar. En la tercera, se construye el modelo logístico. En la cuarta, se analizan los posibles escenarios, y en la última, se desarrollan las conclusiones.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### *Metodología*

El predecir el calentamiento global a través de la variación de la temperatura implica el desarrollo de un modelo determinístico o matemático, pues mediante una construcción abstracta y simplificada de la realidad del fenómeno analizado, da como resultado un estudio empírico donde los resultados obtenidos sirven para tomar decisiones (Rodríguez 2010).

La construcción del modelo matemático del calentamiento global se plantea en cuatro fases (Ríos 1995): (a) formulación matemática. Esta fase consiste en transcribir mediante un lenguaje matemático la funcionalidad que tiene el PIB y el CD sobre la actividad humana, y ésta con la va-

riación de temperatura global. (b) Resolución. En esta fase se ejecutan todas las operaciones matemáticas adecuadas, de forma tal, que se obtengan los resultados lógicos y adecuados de la dinámica del fenómeno del calentamiento global. (c) Interpretación. En esta fase se explican los resultados teóricos del modelo, mediante la construcción de gráficos. (d) Predicción. En esta última fase y a través de la interpretación de los resultados, se crean los posibles escenarios del fenómeno del calentamiento global. La población objetivo de estudio es la variación de la temperatura global, tomado como referencia la actividad humana (PIB y CD) en el periodo 1860-2014.

### *Construcción del modelo matemático*

#### *Formulación matemática*

Para poder predecir el calentamiento global, se establece un modelo matemático en el que se reafirma la relación que existe entre la variación promedio de la temperatura y la tasa de actividad humana:

$$V_t = f(r) \quad (1)$$

donde:  $V_t$  es la tasa de variación de la temperatura en el tiempo;  $r$  es la tasa de actividad humana en el tiempo. La tasa de actividad humana va a estar en función del PIB y CD:

$$r = f(\text{PIB}, \text{CD}) \quad (2)$$

donde: PIB es el Producto Interno Bruto en el tiempo. CD es el Crecimiento Demográfico en el tiempo. Aunado a lo anterior, la tasa de variación de la temperatura  $V_t$  tiene incidencia en las reservas ecológicas:

$$R_e = f(V_t) \quad (3)$$

donde:  $R_e$  es el total de reservas ecológicas en el tiempo. Por tanto, la tasa de actividad humana  $r$  está en función del Producto Interno Bruto PIB y del crecimiento demográfico CD. La tasa de variación de la temperatura  $V_t$  está en función de la tasa de actividad humana TH. Las reservas ecológicas  $R_e$  están en función de la tasa de variación de la temperatura  $V_t$ , en los tres casos, el tiempo juega un papel preponderante.

Con estas conjeturas y a través de los escritos analizados anteriormente por los especialistas en medio ambiente, se tienen los suficientes elementos para poder construir tales ecuaciones<sup>1</sup>, las cuales se respaldan en el desarrollo de modelos matemáticos<sup>2</sup> en el tiempo, para lo cual, se van construir las siguientes:

$$r = f(\text{PIB}, \text{CD}); \quad V_t = f(r); \quad R_e = f(V_t)$$

#### *Resolución matemática del modelo*

En el informe de Cambio Climático Global presentado por el Centro EULA- Chile en 2015 (Fig. 1A), el calentamiento global se ha incrementado de forma exponencial, ya que la temperatura promedio del planeta ha aumentado en 0,74°C de 1860 al 2014 (Cambio Climático Global 1997).

A partir de la Fig. 1B, se puede observar que la derivada de la variación de la temperatura con respecto al tiempo se llamaría “variación marginal de la temperatura”, la cuales se interpretaría como el cambio que experimenta la variación de la temperatura ante un cambio en la actividad humana en el tiempo:

$$(\Delta V_t)/\Delta t = (dV_t)/dt = E(r)V_t \quad (4)$$

Partiendo de la expresión algebraica se tiene que la demostración matemática del modelo de la variación de la temperatura es la siguiente (Collazo 2010):

$$(dV_t)/V_t = E(r)dt \rightarrow \text{depejando la} \\ \text{diferencial del tiempo}$$

Mediante ecuaciones diferenciales de primer orden, se tiene lo siguientes (Zill 1998):

$$\int (dV_t)/V_t = \int E(r)dt \rightarrow \text{aplicando la} \\ \text{intengral en} \\ \text{ambos lados}$$

<sup>1</sup>Una ecuación es una proporción que expresa la igualdad de dos expresiones algebraicas. Por lo regular involucra una o más variables y el símbolo de igualdad (Arya & Lardner 2009).

<sup>2</sup>Un modelo matemático es una representación simplificada de la realidad, con la finalidad de entender, cambiar, gestionar y controlar el comportamiento de un fenómeno determinado (García & Mahuet 2015).

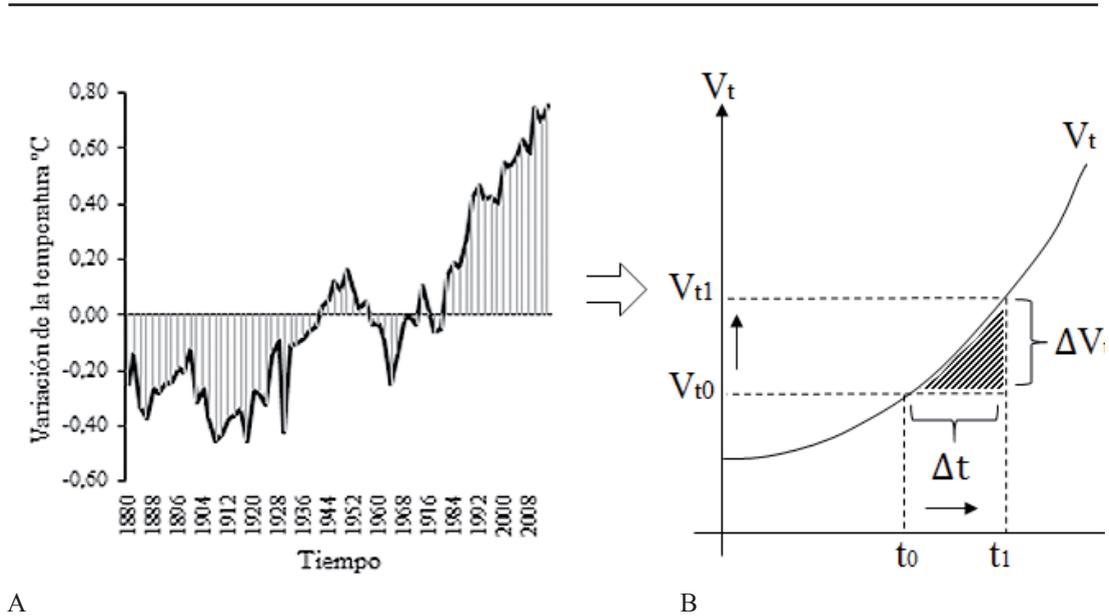


FIGURA 1. A: COMPORTAMIENTO DE LA VARIACIÓN DE LA TEMPERATURA EN EL PLANETA. B: DINÁMICA EXPONENCIAL DE LA VARIACIÓN DE LA TEMPERATURA EN EL PLANETA. FUENTE. ELABORACIÓN PERSONAL.  $V_t$  = variación de la temperatura,  $E(r)$  = valor esperado de la tasa de actividad humana,  $t$  es el tiempo,  $k$  es el valor esperado de la variación de la temperatura cuando no interviene la actividad humana en el tiempo.

A: Behavior of temperature variation on the planet. Source. Global Climate Change. B: Exponential dynamics of the variation of temperature in the planet. Source. Personal elaboration.

Resolviendo ambas integrales se tiene que (Leithold 2007):

$$\ln|V_t| = E(r)t + k; \rightarrow \text{despejando a } V_t$$

Por tanto:

$$V_t = \exp\{E(r)t + k\} = ke^{E(r)t} \quad (5)$$

La resolución del modelo radica en determinar la funcionalidad de la tasa de actividad humana  $r$ , la cual se expresa de la siguiente forma:

$$r = f(\text{PIB}, \text{CD}) \rightarrow \text{haciendo simétrica la información}$$

$$r = \ln(\text{PIB} * \text{CD}) = \ln(\text{PIB}) + \ln(\text{CD}) \quad (6)$$

Mediante la ecuación 5, se puede describir la dinámica de la variación de la temperatura y con ello, predecir sus efectos en las reservas ecológicas.

Mediante sucesiones y series numéricas (Bruzuela & Domínguez 2005) (Fig. 2), la tasa de actividad humana va a ser igual a la suma del logaritmo

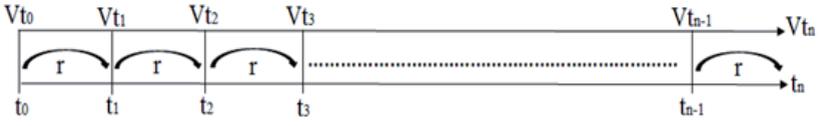


FIGURA 3. SUCESIÓN NUMÉRICA DE LA TASA DE ACTIVIDAD HUMANA.

Numerical succession of the rate of human activity.

natural del Producto Interno Bruto y el logaritmo del Crecimiento Demográfico. Sus efectos sobre la variación de la temperatura en el tiempo se comportan de la siguiente forma:

En el tiempo  $t_0$  existe una temperatura  $V_{t_0}$ , para el tiempo  $t_1$  coexistirá  $V_{t_1}$  como resultado de las actividades humanas  $r$ , si la actividad una es constante en el tiempo, la variación de la temperatura tendría el siguiente dinamismo:

$$\begin{aligned} V_{t_1} &= V_{t_0} + rV_{t_0} = V_{t_0}(1+r) && \rightarrow \text{primer momento} \\ V_{t_2} &= V_{t_1} + rV_{t_1} = V_{t_1}(1+r) = V_{t_0}(1+r)(1+r) = V_{t_0}(1+r)^2 && \rightarrow \text{segundo momento} \end{aligned}$$

$$V_{t_3} = V_{t_2} + rV_{t_2} = V_{t_2}(1+r) = V_{t_0}(1+r)^2(1+r) = V_{t_0}(1+r)^3 \rightarrow \text{Tercer momento}$$

Con base en lo anterior, la variación de la temperatura converge al finito:

$$V_n = V_{t_0}(1+r)^n; \quad n=1,2,3,\dots \rightarrow n \text{ momentos}$$

Despejando a  $r$ :

$$V_n/V_{t_0} = (1+r)^n \rightarrow \sqrt[n]{(V_n/V_{t_0})} = 1+r$$

El valor promedio de la actividad humana en el tiempo se expresa de la siguiente forma:

$$E(r) = \sqrt[n]{(V_n/V_{t_0})} - 1 \quad (7)$$

Es de suma importancia mencionar lo siguiente  $r \neq E(r)$ , donde  $r$  va personificar la tasa actividad humana en  $j$ -ésimo momento en el tiempo, mientras que  $E(r)$  respresenta el promedio de las distintas tasas de la actividad humana durante un tiempo determinado.

### *Interpretación del modelo*

Su interpretación de la variación de temperatura  $V_t$  en el planeta es de la siguiente forma. Por cada punto porcentual que se incremente el Crecimiento Demográfico (CD) y el Producto Interno Bruto (PIB) en el tiempo, se va incrementar la actividad humana ( $r$ ), y con ello, se acrecentaría la variación de temperatura ( $V_t$ ), es decir, en la medida

que se incentive las actividades humanas, se va incrementar la temperatura promedio del planeta. En la Fig. 3 se observa que las actividades humanas incentivan el incremento de la temperatura del planeta, esto también fue documentado en el estudio de Gitay et al. (2002), en donde especifican que “es difícil cuantificar que proporción del Calentamiento Global es atribuible a causas naturales y que proporción es atribuible a causas humanas, pero los resultados de modelados climáticos, tomando en cuenta todas las posibles causas, indican que solo considerando la contribución por actividades humanas es posible explicar la tendencia tan marcada al calentamiento que se observa sobre todo durante las últimas décadas”, y se ratificó como una de las principales conclusiones de la contribución del Grupo de trabajo I al Quinto Informe de Evaluación (GTI IE5), en el 2014, que establece “es sumamente probable que la influencia humana haya sido la causa dominante del calentamiento observado desde mediados del siglo XX” (GTI IE5 RRP, secciones D.3, 2.2, 6.3, 10.3-6, 10.9).

Los impactos ocasionados por el Cambio Climático, como olas de calor, sequías, inundaciones, ciclones e incendios forestales, ponen de relieve una importante vulnerabilidad y exposición de algunos ecosistemas y muchos sistemas humanos a la actual variabilidad climática. Entre los impactos de esos fenómenos extremos conexos al clima figuran la alteración de ecosistemas, la desorganización de la producción de alimentos y el suministro de agua, daños a la infraestructura y los asentamientos, morbilidad y mortalidad, y consecuencias para la salud mental y el bienestar humano. Para los países, independientemente de su nivel de desarrollo, esos impactos están en consonancia con una importante falta de preparación para la actual variabilidad climática en algunos sectores (IPCC-GT II, 2014).

Como se observa en la Fig. 4, se obtiene la siguiente conjetura: en la medida en que se incentive la tasa de actividad humana (PIB y CD), se van a incrementar las variaciones de la temperatura, y con ello, van a decrecer las reservas ecológicas. El estimular la tasa de actividad humana se traduce

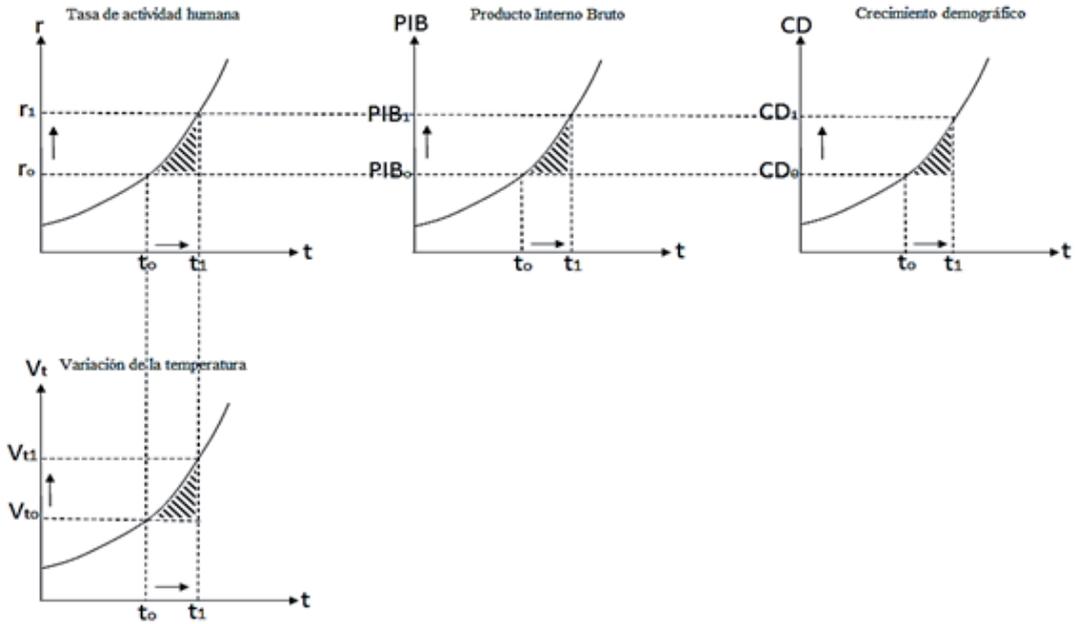


FIGURA 3. EFECTOS DE LOS INCREMENTOS DE LA ACTIVIDAD HUMANA SOBRE LA VARIACIÓN DE LA TEMPERATURA.

Effects of increases in human activity on temperature variation.

en mayores emisiones de gases dando origen al efecto invernadero cuyo mecanismo consiste en calentar la atmósfera de la Tierra, la cual se compone de una delgada capa de gases que rodea al planeta y que son fundamentales para el desarrollo de la mayor parte de la vida. Su composición química se conforma en gran parte por dos gases: nitrógeno en 79% y oxígeno en 20%, el 1% restante se forma por diversos gases como Argón y dióxido de carbono (Caballero et al. 2007).

Para los expertos en medio ambiente, el calentamiento global ha ido de la mano con una tendencia hacia un aumento del CO<sub>2</sub> (dióxido de carbono), este comportamiento puede estar asociado con procesos naturales, sin embargo, hay un mecanismo humano (actividad humana) explicativo como es la tala de árboles y la quema de combustibles fósiles (carbón y petróleo) que han ocasionado un aumento en la cantidad de CO<sub>2</sub> atmosférico, pues al estar por arriba del que requiere el planeta, se genera el calentamiento global.

## PREDICCIÓN DE ESCENARIOS

Este modelo matemático personifica dos escenarios, en los cuales se realizan proyecciones a  $n$  años: el primero, hace referencia al comportamiento actual de la temperatura, la actividad humana y la sobrexplotación de las reservas ecológicas; y el segundo, representa un escenario alternativo, donde la temperatura es controlada a través la minimización de las actividades humanas y con ello se optimizan las reservas actuales.

### Escenario actual

De continuar con esta tendencia las reservas ecológicas tenderían a escasearse, y con ello, todo ser vivo entraría en caos (Fig. 5). Con base en la Fig. 5,  $t_a$  y  $V_{ta} \sim R_{ca}$  es el punto de equilibrio donde la variación de la temperatura es igual a las reservas ecológicas, es decir:

$$V_t = R_e \quad \text{tal que} \quad V_t = ke^{E(r)t} \quad \text{y} \quad V_t = \theta e^{-E(r)t}$$

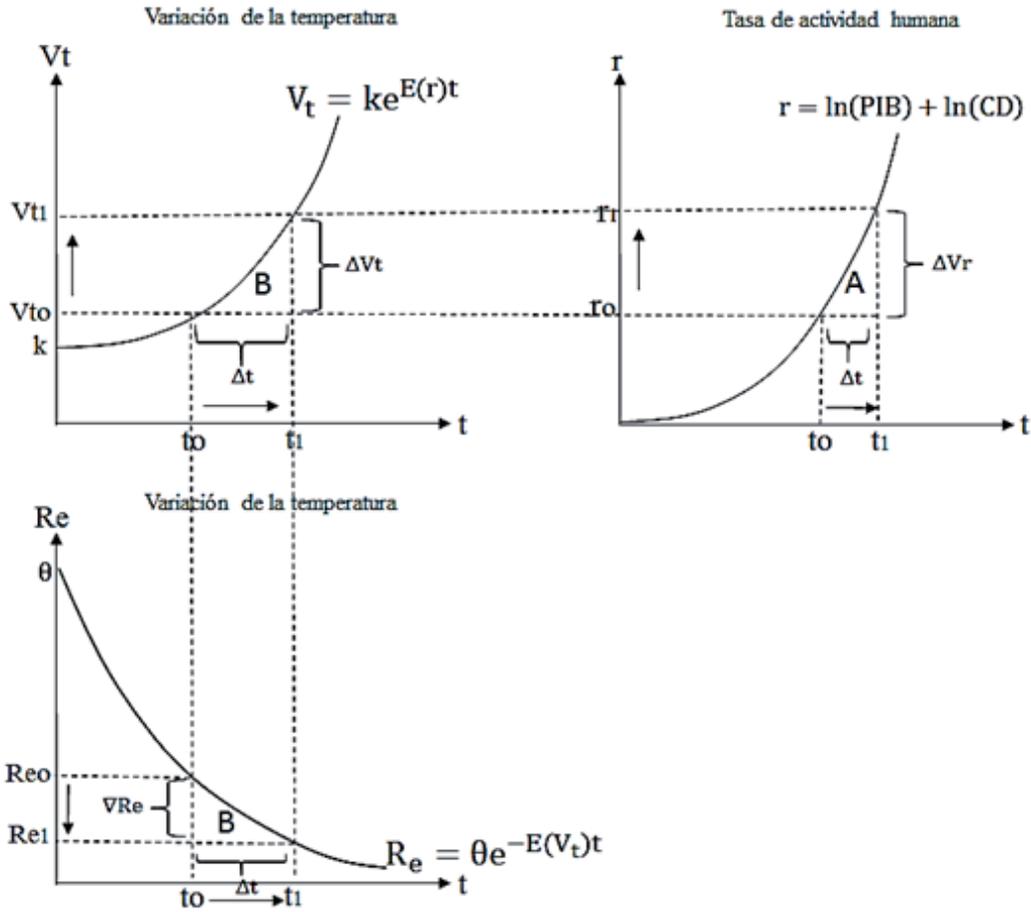


FIGURA 5. EFECTOS DEL INCREMENTO DE LA TEMPERATURA SOBRE LAS RESERVAS ECOLÓGICAS.

Effects of temperature increase on ecological reserves.

Igualando ecuaciones y despejando a  $t$ ,

$$\begin{aligned}
 ke^{E(r)t} &= \theta e^{-E(V_t)t} \\
 e^{E(r)t}/e^{-E(V_t)t} &= \theta/k \rightarrow e^{2E(r)t} = \theta/k \\
 2E(r)t &= \ln(\theta/k) \rightarrow t = (\ln(\theta) - \ln(k))/2E(r)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo  $t$  en  $V_t$  y  $R_e$ , se tiene que:

$$\begin{aligned}
 V_t &= ke^{E(r)(\ln(\theta) - \ln(k))/2E(r)} = k e^{(\ln(\theta k))/2} \\
 R_e &= \theta e^{-E(V_t)(\ln(\theta) - \ln(k))/2E(r)} = \theta e^{(\ln(k\theta))/2}
 \end{aligned}$$

La dinámica del punto de equilibrio  $P$  es la referencia para determinar cuándo se dispone o esca-

sean las reservas ecológicas (Fig. 5). El estado de abundancia de reservas ecológicas está determinado por el área  $A$ , donde  $R_e$  (reservas ecológicas) son mayores a  $V_t$  (variación de temperatura), es decir, se goza irracionalmente de los beneficios que produce el medio ambiente:

$$A = \int_{t_0}^{t_a} R_e(t) dt - \int_{t_0}^{t_a} V_t(t) dt$$

El estado de decadencia de reservas ecológicas se encuentra determinado por el área  $B$ , en el cual  $R_e$

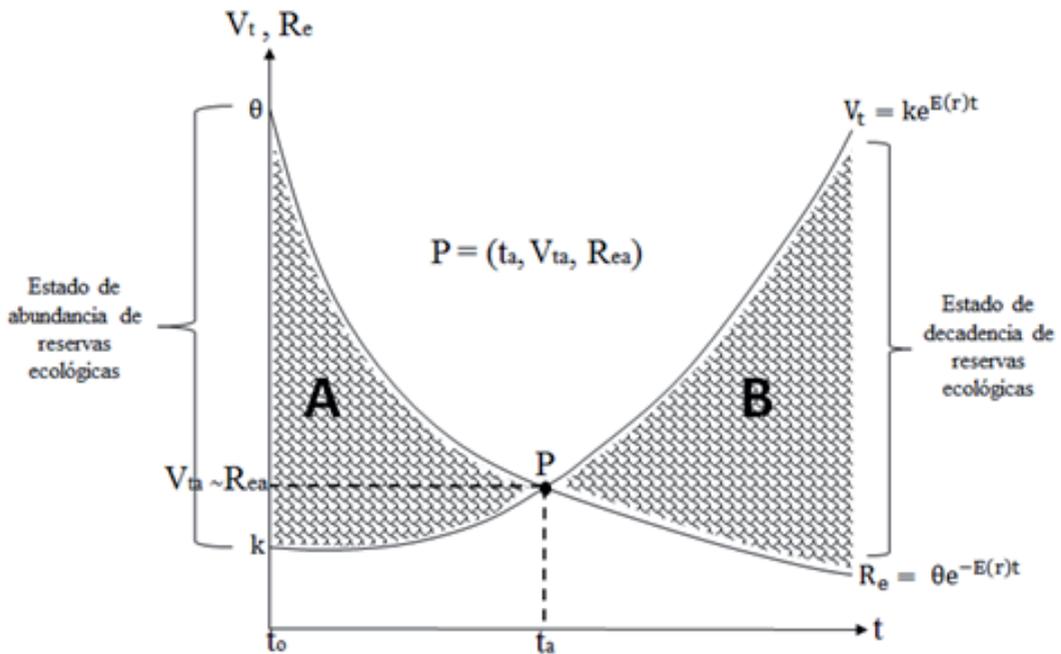


FIGURA 6. DINÁMICA EN EL TIEMPO DE LA TEMPERATURA SOBRE LAS RESERVAS ECOLÓGICAS.

Dynamics in time of temperature over ecological reserves.

(reservas ecológicas) son menores a  $V_t$  (variación de temperatura), como resultado de la sobreexplotación irracional de los recursos disponible antes del punto de equilibrio P, dando origen a los problemas de supervivencia en todo ser vivo:

$$B = \int_{t_a}^{\infty} V_t(t) dt - \int_{t_a}^{\infty} R_e(t) dt$$

La finalidad central sería que no se presentara el estado de decadencia de reservas ecológicas, pues todo ser vivo estaría en peligro de existencia. Para no llegar a este escenario es fundamental que se corrija esta tendencia mediante la optimización de las reservas ecológicas.

#### Escenario optimización de reservas ecológicas

La optimización de las reservas ecológicas consistiría en lo siguiente: “en la medida en que la

población y las economías se aproximen a la capacidad de carga ambiental, éstas se tendrán que hacer más conscientes de la sobreexplotación hacia los recursos naturales, es decir, que estos tienen una capacidad limitada de soportar individuos (Fig. 6).

Bajo este contexto, la razón de crecimiento de las actividades humanas es conjuntamente proporcional a la variación de la temperatura misma como a la cantidad faltante para llegar a la máxima sostenibilidad. El optimizar las reservas ecológicas hace referencia a la utilización del modelo logístico, bajo este contexto e inicialmente “a mayor crecimiento de la actividad humana (PIB y CD), mayor variación de la temperatura y menores reservas ecológicas”. En un principio, la actividad humana crece aceleradamente, esto hace que se convierta en una fuente de presión constante sobre las reservas ecológicas, y pierda su capacidad de

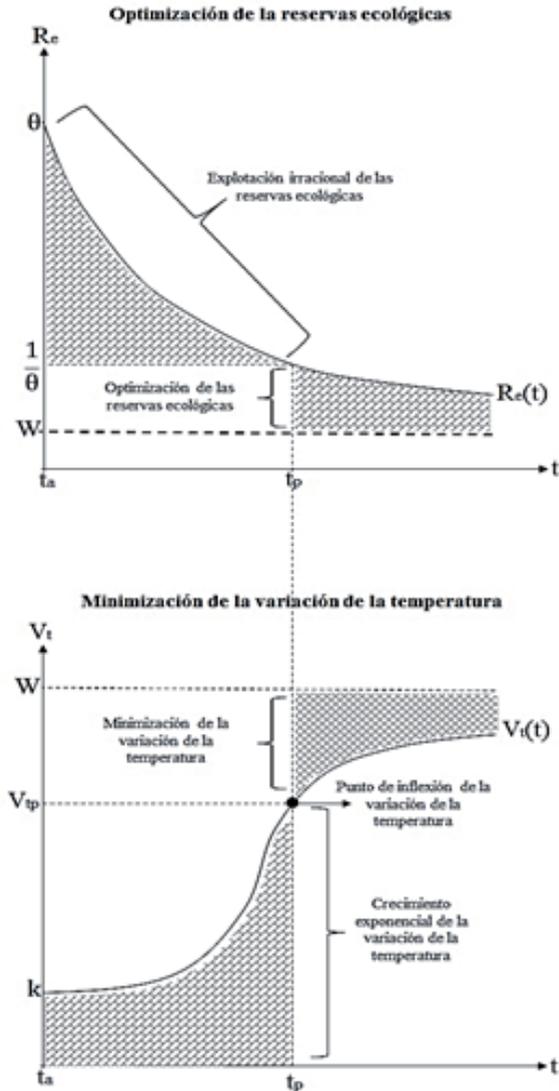


FIGURA 7. OPTIMIZACIÓN DE LAS RESERVAS ECOLÓGICAS.

crecimiento exponencial como resultado del agotamiento de las reservas ecológicas, es decir, con una tasa de variación de la temperatura en  $k$ , se tiene unas reservas ecológicas en  $\theta$ , en el tiempo  $t_a$ . En la medida en que se incremente la tasa de actividad humana, van a disminuir las reservas ecológicas, hasta llegar al punto P. En P, se presenta el punto de inflexión de la variación de la temperatura ( $t_p$ ,  $V_{tp}$ ), posterior a él, se minimi-

zaría la variación de la temperatura, y con ello, se optimizarían las reservas ecológicas. Buscando la ecuación del modelo logístico<sup>3</sup> de medio ambiente (Ramos et al. 2010):

<sup>3</sup>El modelo de crecimiento logístico es resultado de mejorar el modelo continuo de crecimiento exponencial, este modelo fue expuesto por el matemático Verhulst en 1938 (Cortés et al. 2010).

$$dV_t/dt = E(r) V_t [1 - (V_{to}/W)]$$

donde: E(r) es el valor esperado de la razón de cambio instantáneo de la tasa de actividad humana. V<sub>t</sub> es la tasa de variación de la temperatura. W es la capacidad de sustentabilidad de las reservas ecológicas. V<sub>to</sub> es el valor máximo que puede tener la variación de la temperatura. Tal que si:

$$V_{to} \sim 0 \rightarrow [1 - (V_{to}/W)] \sim 1$$

se llega al modelo de sobre explotación irracional de las reservas ecológicas. Si :

$$V_{to} \sim W \rightarrow [1 - (V_{to}/W)] \sim 0, \text{ por tanto } (dV_t)/dt \sim 0,$$

esto haría que la variación de la temperatura sea constante.

Mediante ecuaciones diferenciales de primer orden (Zill 1998), la ecuación del modelo logístico:

$$(dV_t)/dt = E(r) V_t [1 - (V_{to}/W)] \rightarrow (dV_t)/(V_t [1 - (V_{to}/W)]) = E(r) dt$$

Aplicando el operador de la integral:

$$\int dV_t/V_t [1 - (V_{to}/W)] = \int E(r) dt$$

A B

Resolviendo ambas integrales (Leithold 2007):

Integral B:  $\int E(r) dt = E(r)t + k$  (8)

Integral A: Resolviendo mediante fracciones parciales:

$$\int dV_t/(V_t [1 - (V_{to}/W)]) = 1/V_t [1 - (V_{to}/W)] = A/V_t + B/[1 - (V_{to}/W)] = A[1 - (V_{to}/W)] + BP$$

Si A = 1, por tanto B-A/w=0  $\rightarrow B=1/w$

Sustituyendo:

$$\int (A/V_t + B/[1 - (V_{to}/W)]) dV_t = \int 1/V_t dV_t + \int (1/W)/[1 - (V_{to}/W)] dV_t = \ln|V_t| - \ln|W - V_{to}| \quad (9)$$

Igualando las ecuaciones 8 y 9:

$$E(r)t + k = \ln(V_t/(W - V_{to})) \text{ donde } V_t \sim V_{to}$$

Despejando a V<sub>t</sub>:

$$V_t/(W - V_{to}) = ke^{E(r)t} \rightarrow V_t = ke^{E(r)t} (W - V_{to}) \rightarrow V_t = ke^{E(r)t} W - ke^{E(r)t} V_{to} \rightarrow ke^{E(r)t} V_t + V_{to} = Wke^{E(r)t} \rightarrow V_t (ke^{E(r)t} + 1) = Wke^{E(r)t}$$

Por tanto:

$$V_t(t) = (Wke^{E(r)t}/(ke^{E(r)t} + 1)) = W/(1 + (1/(ke^{E(r)t}))) \quad (10)$$

En esta expresión algebraica (10), se involucran las variables pertinentes (PIB, CD y tiempo), para tener un resultado o comportamiento de las mismas que generen el control de las variaciones de la temperatura, y con ello, optimizar las reservas ecológicas. Con este modelo se dan elementos necesarios para crear políticas ambientales, las cuales darían hincapié al desarrollo sustentable.

## CONCLUSIONES

Mediante el desarrollo teórico de los presentes modelos se pudo detectar lo siguiente:

De 1850 al 2015, las variaciones de la temperatura han presentado un comportamiento exponencial. Para los especialistas en medio ambiente, dicha dinámica ha sido resultado de dos factores; el primero, como consecuencia de procesos naturales; y segundo, debido al incremento acelerado de la actividad humana, la cual se engloba en el Producto Interno Bruto y en el Crecimiento Demográfico de los países.

De continuar con este comportamiento exponencial, se puede llegar a un escenario donde la variación de la temperatura es superior a las reservas ecológicas, esto traería como consecuencia la desaparición de determinadas especies del ecosistema, actualmente este escenario ya está presente en algunas partes del planeta.

Es de suma importancia que se creen escenarios alternativos donde se minimicen las variaciones

de la temperatura, bajo este contexto, el segundo modelo que se desarrolla en el presente trabajo da los elementos necesarios para poder minimizar las variaciones de la temperatura, tomando como base la reducción de la actividad humana en el tiempo, dicha reducción significaría la implementación de políticas de desarrollo sustentable, el cual debe basarse en la concientización del consumo y en la utilización de energías alternas.

Es fundamental decir que, en los últimos 100 años, los países han experimentado altas tasas de crecimiento demográfico y económico, las cuales han tenido efectos negativos en la sobreexplotación de los recursos naturales, y a pesar de eso, se ha acelerado la pobreza en los países.

Como se puede observar, los modelos matemáticos son la herramienta clave para entender el comportamiento del cambio climático, pues permiten formular nuevas hipótesis sobre el funcionamiento de dicho fenómeno, ya que, dan una aproximación al mundo real del mismo. Esto es corroborado por la UNESCO, pues en el año 2013 se toma a las matemáticas y a la estadística como las herramientas base para poder describir la dinámica global. Mediante estos modelos se puede pronosticar el sostenimiento y estabilidad de los ecosistemas y la biodiversidad, así como los posibles riesgos y amenazas y cambios en el comportamiento global como resulta del incremento de la actividad humana.

#### LITERATURA CITADA

- AHMED T (2001) El estado de la población mundial 2001. Huellas e hitos: Población y cambio del medio ambiente. América Latina: Fondo de Población de las Naciones Unidas.
- ARYA J & R LARDNER (2009) Matemáticas Aplicadas a la administración y la economía. Prentice Hall, EE.UU.
- BRUZUAL R & M DOMÍNGUEZ (2005) Introducción a las Sucesiones y Series Numéricas. Venezuela. Universidad Central de Venezuela.
- CABALLERO M, S LOZANO & B ORTEGA (2007) Efecto invernalero, calentamiento global y cambio climático: una perspectiva desde las Ciencias de la Tierra. Revista Digital Universitaria. México.
- CAMBIO CLIMÁTICO GLOBAL. Recuperado de la pagina <http://cambioclimaticoglobal.com/sobre-cambio-climatico-global>. 29 de marzo de 2016.
- COLLAZO A (2010) Apuntes sobre el método simplex de programación lineal. Universidad de Puerto Rico. San José.
- CORTÉS J, J ROMERO, M ROSSELLÓ & R VILLANUEVA (2010) El modelo no lineal de crecimiento logístico: estudio y solución. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia.
- COSTEAU J (1992) Impacto ambiental. El planeta herido. Disponible en: <http://assets.mheducation.es/bcv/guide/capitulo/8448167155.pdf>.
- FMCC/CP/2015/L.9 Naciones Unidas (2015) Convención Marco sobre el Cambio Climático. Conferencia de las Partes, 21er período de sesiones Paris, Francia. 12 diciembre 2015.
- GARCÍA J & J MAHEUT (2015) Modelado y Resolución de Problemas de Organización Industrial mediante Programación Matemática Lineal (Modelos y Métodos de Investigación de Operaciones. Procedimientos para Pensar). Universidad Politécnica de España. Madrid.
- GITAY H, A SUÁREZ & R WATSON (2002) Cambio Climático y Biodiversidad. América Latina: Grupo Intergubernamental de Expertos Sobre el Cambio Climático. Buenos Aires.
- INEGI (2013) Sistema de Cuentas Nacionales de México: cuentas económicas y ecológicas de México 2007-2011: año base 2003. Instituto Nacional de Estadística y Geografía de México. Ciudad de México. Disponible en: [http://www.inegi.org.mx/prod\\_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/derivada/economicas/medio%20ambiente/2007\\_2011/SCEEM0711.pdf](http://www.inegi.org.mx/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/derivada/economicas/medio%20ambiente/2007_2011/SCEEM0711.pdf)
- INEGI (2013). Sistema de Cuentas Nacionales de México. Cuentas económicas y ecológicas de México 2003-2011. Economía y Medio Ambiente. Cambio de año base 2008. Instituto Nacional de Estadística y Geografía de México P. 4. México: Disponible en: [http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/cn/ee/doc/SCEEM0311\\_08.pdf](http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/cn/ee/doc/SCEEM0311_08.pdf)
- IPCC (2000) Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático. Escenarios de emisiones, informe especial del grupo de trabajo III. Buenos Aires.
- LEEF (2007) La Complejidad Ambiental. Polis [En línea], 16 | 2007, Publicado el 31 julio 2012, URL: <http://polis.revues.org/4605>; DOI: 10.4000/polis.4605
- LEITHOLD L (2007). El Cálculo. Editorial Oxford. California.
- LÓPEZ C (2012) Los países emergentes ante el reto de la sostenibilidad. Disponible en: <http://www.profe->

- siones.org/var/plain/storage/original/application/5bee201e55097ef4e954620cfdb07c87.pdf.
- MOCHÓN F (2008) *Economía Principios y Aplicaciones*. Mc Graw Hill. California.
- RAMOS A, P SÁNCHEZ, J FERRER & J BARQUÍN (2010) *Modelos Matemáticos de Optimización*. España: Universidad Pontificia de Comillas Madrid.
- RÍOS S (1995) *Modelización*. Alianza Editorial. Madrid.
- RODRÍGUEZ J (2010) *Modelos Matemáticos*. Universidad Abierta de Cataluña. Barcelona.
- SEMARNAT (2010) (Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Náucales) *Población y Medio Ambiente*. México. Disponible en: [http://apps1.semarnat.gob.mx/dgeia/informe\\_12/pdf/Cap1\\_poblacion.pdf](http://apps1.semarnat.gob.mx/dgeia/informe_12/pdf/Cap1_poblacion.pdf)
- IPCC-GT II. (2014) Grupo intergubernamental de expertos sobre cambio climático. Grupo de trabajo II. *Cambio climático 2014, impactos, adaptación y vulnerabilidad. Resumen para responsables de políticas*. OMM/PNUMA.
- ZILL D (1998). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamérica. Texas.

Recibido 3/11/2016; aceptado 9/08/2017.